



## Qualité des plans d'expériences SFD de grande dimension pour l'analyse de sensibilité

Olivier Vasseur, Magalie Claeys-Bruno, Michelle Sergent

### ► To cite this version:

Olivier Vasseur, Magalie Claeys-Bruno, Michelle Sergent. Qualité des plans d'expériences SFD de grande dimension pour l'analyse de sensibilité. 42èmes Journées de Statistique, 2010, Marseille, France, France. inria-00494749

**HAL Id: inria-00494749**

**<https://hal.inria.fr/inria-00494749>**

Submitted on 24 Jun 2010

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

# QUALITE DES PLANS D'EXPERIENCES SFD DE GRANDE DIMENSION POUR L'ANALYSE DE SENSIBILITE.

Olivier Vasseur<sup>a</sup>, Magalie Claeys-Bruno<sup>b</sup>, Michelle Sergent<sup>b</sup>

a. ONERA/DOTA, Chemin de la Hunière et des Joncherettes, 91761 Palaiseau Cedex.

b. Université Paul Cézanne Aix Marseille III, LMRE, 13397 MARSEILLE Cedex 20.

## Résumé

Dans le domaine de l'expérimentation numérique, lorsque les relations entre la réponse et les entrées du code de calcul sont complexes, les plans d'expériences Space Filling Designs (SFD) sont utilisés pour l'exploration du code ou la construction de métamodèles. A partir de l'utilisation de critères basés sur l'Arbre de Longueur Minimale (ALM) qui permettent d'apprécier la qualité intrinsèque de ces plans, nous comparons la qualité des résultats obtenus par ces SFD dans le cas d'analyses de sensibilité de filtres optiques interférentiels en grande dimension. En conclusion, ces travaux permettent de proposer des pistes de recherches pour relier les qualités intrinsèque et extrinsèque des plans SFD.

## Summary

In the field of computer experiments, when the relations between the outputs and the inputs of the computer code are complex, the Space Filling Designs (SFD) are used to study the outputs all over the domain or to build metamodels. From the use of criteria based on Minimal Spanning Tree (MST) to determine the intrinsic quality of these designs, we compare the results obtained by these designs for sensitivity analyses of optical interference filters in high dimensions. Ultimately, these results make it possible to propose roadmap to connect intrinsic quality and extrinsic quality of SFD designs.

## Mots clés

Ingénierie – industrie, Qualité – fiabilité.

Plans d'expériences, Space Filling Designs, Arbre de Longueur Minimale, Analyse de sensibilité, Filtres interférentiels, Filtres optiques.

## Introduction

Le développement de codes qui modélisent ou simulent des phénomènes complexes sont de plus en plus réalistes et même si la puissance des ordinateurs augmente sans cesse, les temps de calcul demeurent importants et limitent ainsi le recours aux techniques de Monte-Carlo. Le développement de métamodèles permet alors de remplacer le simulateur par un outil plus "simple" construit à partir du simulateur complexe. Ces métamodèles ou surfaces de réponse sont en général des fonctions obtenues à l'aide de méthodes d'interpolation ou d'approximation à partir d'un nombre limité d'exécutions du simulateur sur des jeux de paramètres constituant le plan d'expériences numériques. Du fait des caractéristiques non linéaires et/ou non paramétriques des codes de modélisation ou simulation, il est nécessaire de répartir les points dans l'espace le plus uniformément possible de façon à capter au mieux le comportement du simulateur. C'est le mode de répartition des points que cherchent à proposer les plans d'expériences Space Filling Designs

(SFD).

L'étude de l'uniformité d'une distribution de points est difficile en grande dimension. Nous avons proposé d'utiliser l'arbre de longueur minimale (ALM) pour qualifier les plans SFD aussi bien en faible que grande dimensions (Franco et al. 2009, Vasseur et al. 2009). Nous présentons les résultats obtenus par différents plans SFD dans le cas d'analyses de sensibilité de filtres optiques interférentiels à des variations de valeur d'indice optique de chacune des différentes couches le constituant afin d'étudier la robustesse des qualités spectrales de ce filtre en fonction des incertitudes de fabrication. Nous mettons en évidence que les plans les plus performants selon le critère ALM permettent d'obtenir les meilleurs résultats pour l'analyse de sensibilité.

## Qualification des plans SFD par l'ALM.

### *Propriétés de l'ALM*

Un arbre de longueur minimale est un arbre-maximal pondéré (à chaque arête est affecté un poids appelé longueur) dont la longueur (somme des longueurs des arêtes), parmi tous les arbres-maximaux associés à la même fonction de pondération, est minimale (cf. Figure 1). L'arbre de longueur minimale n'est pas unique contrairement à l'histogramme des longueurs de branche.

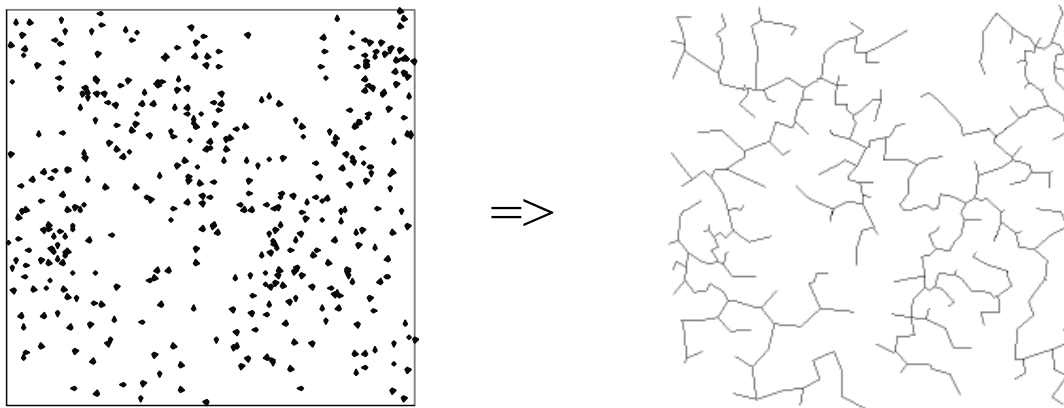


Figure 1 : Construction d'un ALM sur un ensemble de 400 points en dimension 2 (Vasseur, 2003).

Chaque distribution de points est alors caractérisée par la longueur moyenne  $m$  et l'écart-type  $\sigma$  des longueurs de branche (Dussert et al.1986). Dans ce plan  $(m, \sigma)$ , les distributions de points sont réparties dans des zones différentes en fonction de leur structure (cf. Figure 2).

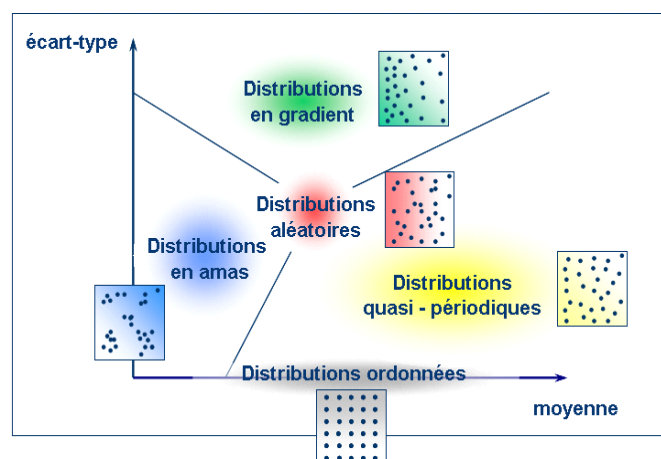


Figure 2 : Représentation de la répartition des distributions dans le plan ( $m$ ,  $\sigma$ )

Franco, Vasseur, Corre, Sergent (2009) ont montré que la répartition des distributions définissait également des zones en fonction de leur structure pour des dimensions supérieures à 2 bien que les valeurs  $m$  et  $\sigma$  de chaque structure évoluent en fonction de la dimension.

### **Utilisation de l'ALM pour la qualification des plans SFD.**

L'étude de la qualification de différentes catégories de plans a été réalisée en grande dimension (dimension  $> 20$ ) (Vasseur et al. 2009) en considérant plusieurs suites à faible discrédance (Faure, Halton, Hammersley, Niederreiter, Sobol et suites optimisées wrap-around), les plans de Strauss (Franco 2008), les plans WSP (Sergent et al. 1997) et différents plans construits à partir d'hypercube latin (HL, HL maximin et HL modifié en optimisant la distance euclidienne entre les points du plan).

Par exemple, en dimension 20 (cf. Figure 3), seuls les plans de Strauss et les WSP présentent une longueur moyenne de branche supérieure et un écart-type plus faible que ceux des plans aléatoires, ce qui correspond aux caractéristiques des répartitions quasi-périodiques.

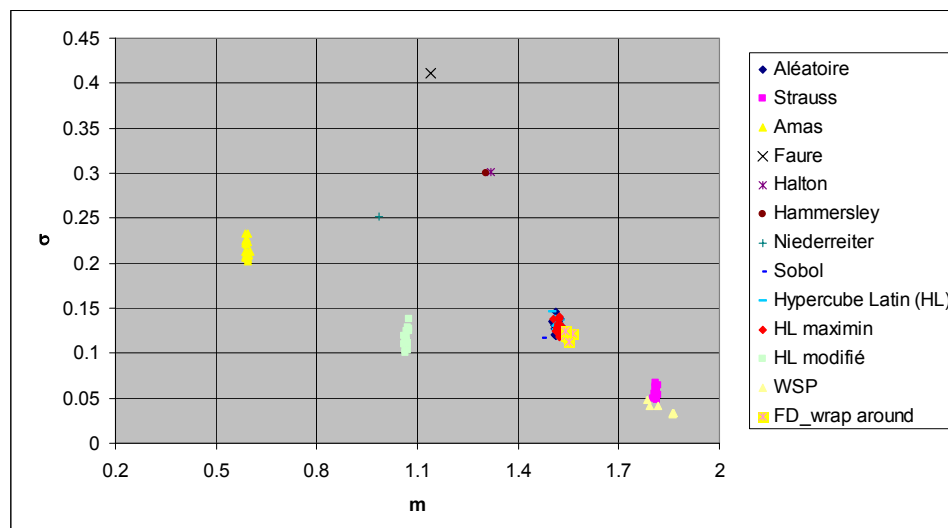


Figure 3 : Représentation de la répartition des distributions dans le plan ( $m$ ,  $\sigma$ ) en dimension 20 avec 400 points.

Comme les principaux résultats issus de notre cas d'application sont en dimension 29, la Figure 4 présente le positionnement de quelques plans d'expériences utilisés dans le plan ( $m$ ,  $\sigma$ ). On peut notamment constater que les plans de Strauss et WSP se placent toujours dans la zone quasi-périodique.

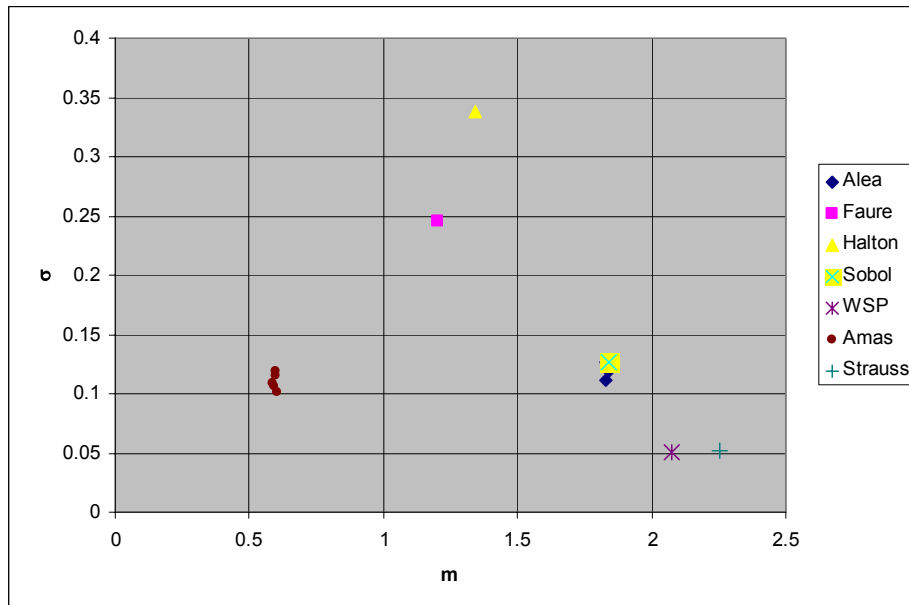


Figure 4 : Représentation de la répartition des distributions dans le plan  $(m, \sigma)$  en dimension 29 avec 614 points.

## Analyse de sensibilité de filtres optiques interférentiels.

Nous présentons les résultats obtenus avec différents SFD pour réaliser une analyse de sensibilité de filtres optiques interférentiels réalisés par dépôt de couches minces. Il est alors possible de relier et comparer la qualité intrinsèque des plans SFD à la qualité extrinsèque déterminée sur ce cas d'application. En raison des caractéristiques interférentielles des filtres multicouches, il est possible d'évaluer les performances des plans SFD sur un nombre élevé des paramètres et notamment en présence d'interactions entre ceux-ci.

Chaque couche est caractérisée par sa valeur d'indice de réfraction et son épaisseur : ainsi, avec un filtre composé de  $p$  couches nous pouvons étudier des espaces de  $2p$ -dimensions. Il est à noter que les erreurs de valeur d'indice de réfraction ou les erreurs d'épaisseur pendant la fabrication de ces couches peuvent induire des conséquences dramatiques sur les propriétés optiques souhaitées (Macleod, 1986).

L'influence des incertitudes des valeurs d'indice de réfraction de chaque couche a été notamment réalisée au moyen du filtre 29-couches suivant :

$$\text{Substrat/ HBHB4HBHBH B HBHB4HBHBH B HBHB4HBHBH/air} \quad (1)$$

où H et B sont des couches quart d'onde à  $\lambda_0 = 1\mu\text{m}$  d'indice de réfraction haut (H) et bas (B) respectivement.

Nous considérons dans cette étude une variation maximale des valeurs d'indice de chacune des couches de 2,5%. Deux exemples de l'influence de ces incertitudes sur la transmission spectrale du filtre interférentiel sont présentés sur la Figure 5 : les courbes Filtre1 et Filtre2 montrent les évolutions possibles du facteur de transmission par rapport au filtre parfait.

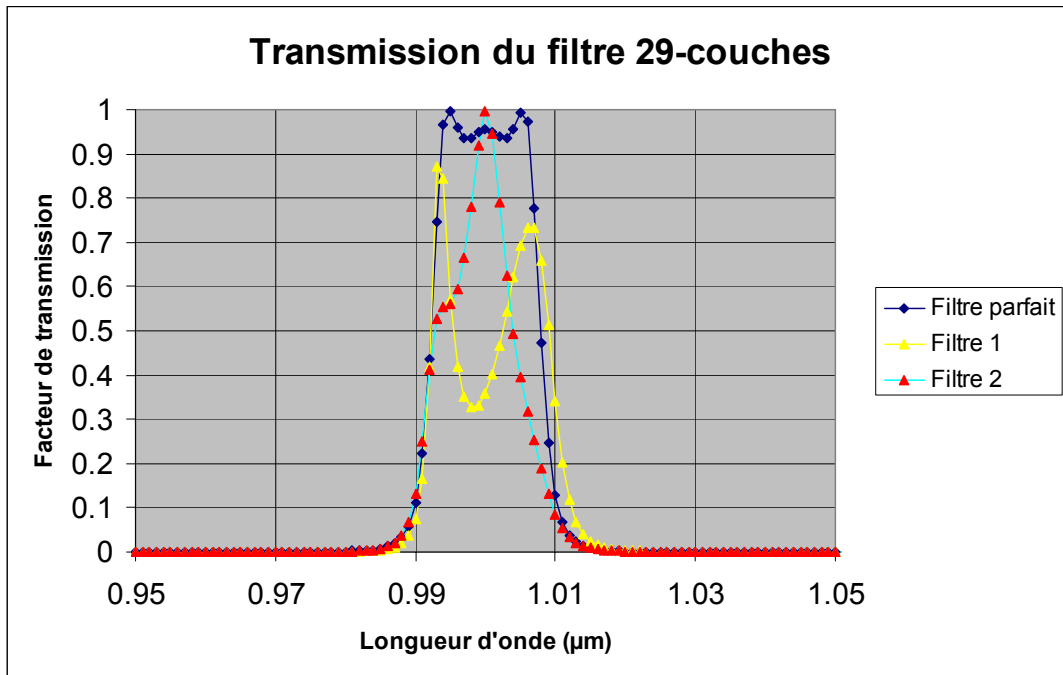


Figure 5 : Facteur de transmission du filtre parfait et de deux filtres avec des erreurs de valeurs d'indice de réfraction.

Les modifications de la transmission spectrale du filtre sont appréciées par les deux fonctions de mérite suivantes :

$$R1 = \sqrt{\sum_i (T(\lambda_i) - T_p(\lambda_i))^2}$$

$$R2 = \sqrt{(T(\lambda_0) - T_p(\lambda_0))^2}$$

où  $T(\lambda_i)$  représente le facteur de transmission à la longueur d'onde  $\lambda_i$  correspondant à une expérience numérique et  $T_p(\lambda_i)$  le facteur de transmission du filtre parfait. Ainsi, R1 (respectivement R2) évalue les modifications de la transmission par rapport au filtre parfait sur l'ensemble du domaine spectral (respectivement à la longueur d'onde spécifique  $\lambda_0=1 \mu m$ ).

A partir de la connaissance des propriétés optiques du filtre interférentiel étudié, les coefficients prédominants attendus du métamodèle peuvent être comparés à ceux obtenus par chaque SFD (614 points en 29-D) préalablement évalué au moyen de l'ALM. Les résultats obtenus mettent en évidence que les interactions les plus critiques (couches des blocs B4HB et entre les couches 4H de chacun des blocs) sont bien déterminées par les meilleurs plans selon le critère de l'ALM. Ainsi les plans WSP fournissent d'excellents résultats dans ce cas d'application en 29-dimensions. La même qualité d'analyse a été obtenue dans le cas de l'étude d'un filtre optique de 39 couches avec un plan WSP de 1485 points.

En définitive, la hiérarchie des plans SFD déterminée par le critère ALM correspond à celle obtenue sur l'analyse de sensibilité de notre cas d'application.

## Conclusion

En conclusion, les résultats de l'analyse de sensibilité de filtres optiques mettent en évidence une cohérence importante entre les qualités intrinsèques des plans SFD appréciées par l'ALM et les qualités extrinsèques de ces plans sur un cas d'application comportant de nombreuses interactions entre paramètres. La détermination de la qualité des plans SFD s'avère très utile pour évaluer très rapidement la robustesse potentielle de filtres optiques interférentiels, pour exécuter des analyses de

sensibilité de filtres complexes sur des structures de guide d'ondes (Vasseur, 1998) ou encore étudier les interactions de paramètres des systèmes optroniques complexes comme ceux destinés à la combinaison cohérente de sources laser fibrées (Shay et al. 2007, Jolivet et al. 2009).

## Bibliographie

- [1] Dussert C., Rasigni G., Rasigni M., Palmari J. (1986) Minimal spanning tree: A new approach for studying order and disorder, *Physical Review B*, 34, 5, 3528-3531.
- [2] Franco J., Vasseur O., Corre B., Sergeant M. (2009) Minimum Spanning Tree : A new approach to assess the quality of the design of computer experiments, *Chemometrics and Intelligent Laboratory Systems*, 97, pp. 164-169.
- [3] Franco J. (2008) Planification d'expériences numériques en phase exploratoire pour la simulation des phénomènes complexes, Thèse de doctorat, Ecole Nationale Supérieure des Mines de Saint-Etienne.
- [4] Jolivet V., Bourdon P., Bennaï B., Lombard L., Goular G., Pourtal E., Canat G., Jaouën Y., Moreau B., Vasseur O. (2009) Coherent Combining of Fiber Amplifiers Through Atmospheric Turbulence, *IEEE J. Sel. Topics Quantum Electron.*, 15, 257-268.
- [5] Macleod H.A. (1986) Thin film optical filters, Adam Hilger Ltd, Bristol.
- [6] Sergeant M., Phan-Tan-Luu R., Elguero J. (1997) Statistical Analysis of Solvent Scales. Part 1, *Anales de Quimica Int. Ed.*, 93, 3-6.
- [7] Shay T.M., Benham V., Baker J.T., Sanchez A.D., Pilkington D., Lu C.A. (2007) Self-Synchronous and Self-Referenced Coherent Beam Combination for Large Optical Arrays, *IEEE J. Sel. Topics Quantum Electron.*, 13, 480-486.
- [8] Vasseur O., Franco J., Lefebvre S., Sergeant M. (2009) Analyse des plans d'expériences SFD de grande dimension par l'arbre de longueur minimale, 41ème journées de Statistique, Bordeaux 2009.
- [9] Vasseur O. (2003) L'image dans la technoscience : De son utilisation et de son influence dans les sciences appliquées, Thèse de doctorat, Toulouse II.
- [10] Vasseur O. (1998) Reflectivity of dielectric coatings deposited on the end facet of a weakly guiding fiber, *J. Opt. Soc. Am. A*, 12, 77-83.